

10. Aufgabenblatt: Analysis 2

Lehrkräfteweiterbildung, 12 Q, Winter 2023/24

Dozent: Hans-Joachim von Höhne

Aufgabe 10.1 Bestimmen Sie den Wert der folgenden Integrale (falls existent).

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx, \quad \int_0^\infty (3x+5)e^{-x} dx$$

Aufgabe 10.2 Skizzieren Sie folgende Menge $D \subset \mathbb{R}^2$ und untersuchen Sie, ob D offen bzw. abgeschlossen ist.

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + y^2 < 1, \quad y < 2-x\}$$

Aufgabe 10.3 Untersuchen Sie folgende Funktion f auf Stetigkeit, partielle Differenzierbarkeit und totale Differenzierbarkeit im Punkt $\bar{a} = (0, 0)$.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 - xy^2}{x^2 + y^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Aufgabe 10.4 Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ die Funktion

$$f(x, y) = 2x^2y - xy^3$$

Bestimmen Sie beim Punkt $\bar{a} = (1, 1)$

- 1) den Gradienten $\text{grad}f(\bar{a})$,
- 2) die (affin) lineare Approximation von f ,
- 3) die Richtungsableitung in Richtung $\bar{v} = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$,
- 4) die zur Hesse-Matrix $H = H_f(\bar{a})$ gehörende quadratische Form q_H .

Aufgabe 10.5 Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ die Funktion

$$f(x, y) = 2y^3 + 3x^2 - 6xy.$$

- 1) Bestimmen Sie die stationären Punkte von f .
- 2) Untersuchen Sie, an welchen Stellen f lokale Extrema bzw. Sattelpunkte hat.

Bitte wenden!

Wichtige Aufgaben zu folgenden Themen:

Integralrechnung: 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 5.1, 10.1

Grenzwerte und Stetigkeit: 6.2, 6.3, 6.4

Offen, abgeschlossen: 7.2, 10.2

Differenzierbarkeit: 8.1, 8.2, 8.4, 8.5, 10.3, 10.4

Lokale Extrema: 9.1, 9.2, 10.5